► 5. Deslizadores y animaciones

► 5.6 Cicloides

DISEÑO DE LA ACTIVIDAD

Objetivos

La geometría se mueve, cobra vida, gracias a los programas de geometría dinámica como GeoGebra. Podemos realizar construcciones cuya manipulación y animación clarifica en gran medida las relaciones geométricas entre los objetos de la escena.

En esta actividad veremos cómo unas pocas instrucciones nos permiten visualizar y manipular las familias de epicicloides, epitrocoides, hipocicloides e hipotrocoides.

USO DE GEOGEBRA

Herramientas y comandos

Usaremos las siguientes herramientas.

	Punto		Intersección		Segmento
	Semirrecta		Lugar		Circunferencia-radio
	Ángulo		Rota-ángulo		Deslizador

Los objetos creados por las herramientas con fondo verde son desplazables (a no ser que su definición se base en puntos que no sean libres).

Construcción paso a paso

Antes de empezar, puede ser buena idea echar un vistazo al "Ejemplo de construcción" que se encuentra en esta página. Incluso podemos ayudarnos de la **Barra de Navegación** para realizar un rápido recorrido por los pasos.

Preparamos el escenario.

Preparación

No
No
Desactiva

Creamos rápidamente los parámetros iniciales.

Etapa 1

- Entrada:

  (4, 0) (se creará el punto A).

  A + (1, 0) (se creará el punto B).

  3 (se creará el número a).
  1 (se creará el número b).
  1 (se creará el número c).
  k = a/b

Mostramos los deslizadores "a", "b" y "c" que acabamos de crear. Fijamos sus intervalos respectivos en [0, 6], [-3, 3] y [0, 6].

Con ayuda de las herramientas, podemos construir rápidamente el resto.

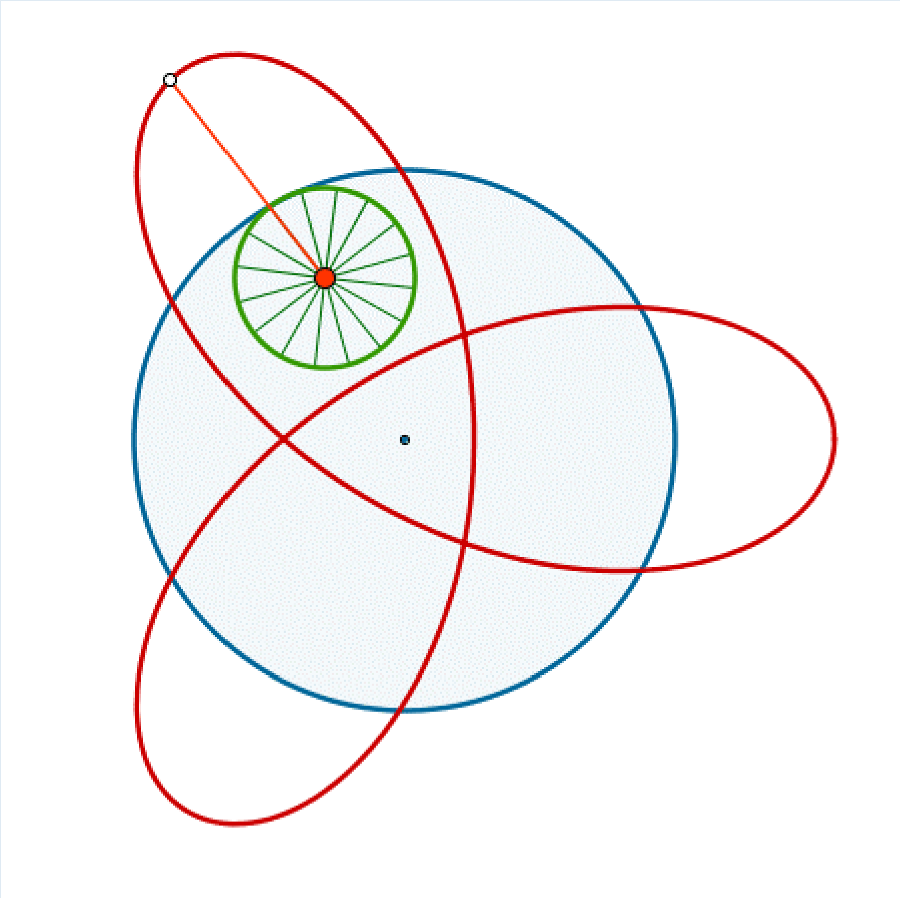
Etapa 2

- Herramienta **Circunferencia-radio**. Trazamos la circunferencia (d) de centro A y radio a.
- Herramienta **Circunferencia-radio**. Trazamos la circunferencia con centro A y radio a+b.
- Herramienta **Punto**. Colocamos un punto (C) en la circunferencia anterior.
- Herramienta **Ángulo**. Creamos el ángulo (α) entre B, A y C (en este orden).
- Herramienta **Semirrecta**. Semirrecta de origen A que pasa por C.
- Herramienta **Circunferencia-radio**. Circunferencia de centro A y radio a+b+c.
- Herramienta **Intersección**. Punto de intersección (D) de los dos objetos anteriores (semirrecta y circunferencia).
- Herramienta **Circunferencia-radio**. Circunferencia de centro C y radio abs(b).
- Herramienta **Rota-ángulo**. Rota D alrededor de C el ángulo k α.
- Herramienta **Segmento**. Segmento entre C y D'.
- Herramienta **Lugar**. Lugar geométrico que recorre el punto D' al mover C.

Activamos el rastro de D y movemos suavemente C, ya sea directamente o seleccionándolo y pulsando las teclas + o -.

Ejemplo de construcción

Epicicloides, epitrocoides, hipocicloides e hipotrocoides



Clic en esta imagen abre la construcción de GeoGebra

Propuesta de construcción

Realizar una construcción similar sobre una recta en vez de sobre una circunferencia, es decir, una construcción que permita visualizar la cicloide y la troncoide.

Comentarios

En la construcción de ejemplo hemos añadido "los radios de la rueda" combinando los comandos Rota, Segmento y Secuencia:

- Punto de intersección (E) de la semirrecta y la circunferencia d.
- Secuencia[Segmento[C, Rota[E, k α + s pi, C]], s, 0, 2, 1/8]

Además, hemos añadido una curva paramétrica, que se encarga de "prolongar" el lugar geométrico para valores superiores a 2 Pi:

- Curva[x(A) + (a+b) cos(t) + c cos((k+1)t), y(A) + (a+b) sin(t) + c sin((k+1)t), t, 0, 20 pi]

El comando Curva es muy versátil, pero tiene el inconveniente de que consume muchos recursos, ralentizando la animación.

Investigación:

- ¿Qué tipo de movimiento realiza el punto blanco cuando los valores (a, b, c) son del tipo (2k, -k, k)?
- ¿En qué condiciones la "curva" coincide con el "lugar"?
- Una moneda gira alrededor de otra idéntica, sin perder contacto y sin deslizarse. Cuando haya completado una vuelta completa, habrá rotado dos veces en vez de sólo una. ¿Por qué? Comprobarlo en la construcción anterior (asignar a=2, b=2, c=2).
- Existe una gran diversidad de curvas generadas a partir del movimiento de un punto con ciertas limitaciones. Resulta muy interesante buscar algunas de ellas en Internet y comparar las formas de generarlas. Muchas webs también ofrecen parametrizaciones de esas curvas.